第 9 回　剛体の回転運動

剛体とは

- 連続体のうち固くて形を変えないもの
- 物体を構成する任意の 2 点の相対位置が変化しないもの

連続体の物理量

$$\text{質量中心}\quad \boldsymbol{r}_G = \frac{1}{M}\int \boldsymbol{r}\rho(\boldsymbol{r})dV$$

$$\text{全運動量}\quad \boldsymbol{P} = \int \dot{\boldsymbol{r}}\rho(\boldsymbol{r})dV = M\dot{\boldsymbol{r}}_G$$

$$\text{全角運動量}\quad \boldsymbol{L} = \int \rho(\boldsymbol{r})\boldsymbol{r}\times\dot{\boldsymbol{r}}dV$$

$$\text{力のモーメント}\quad \boldsymbol{N} = \sum_j \boldsymbol{r}_j \times \boldsymbol{F}_j$$

$$\text{重力のモーメント}\quad \boldsymbol{N}_g = \int \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{g}\rho(\boldsymbol{r})dV = \boldsymbol{r}_G \times M\boldsymbol{g}$$

剛体の並進運動

$$M\ddot{\boldsymbol{r}}_G = M\boldsymbol{g} + \sum_j \boldsymbol{F}_j$$

質量中心のまわりの回転運動

$$\frac{d\boldsymbol{L}'}{dt} = \sum_j \boldsymbol{r}'_j \times \boldsymbol{F}_j, \quad \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_G$$

原点のまわりの回転運動

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{r}_G \times M\boldsymbol{g} + \sum_j \boldsymbol{r}_j \times \boldsymbol{F}_j$$

固定軸 (z 軸) のまわりの回転運動

角運動量

$$L_z = \int \rho(\boldsymbol{r})\xi^2\dot{\phi}dV = I_z\dot{\phi}$$

慣性モーメント

$$I_z = \int \xi^2\rho(\boldsymbol{r})dV = \int (x^2+y^2)\rho(\boldsymbol{r})dV$$

固定軸をもつ剛体の運動方程式

$$\frac{dL_z}{dt} = I_z\frac{d^2\phi}{dt^2} = N_z$$

回転の運動エネルギー

$$K = \frac{1}{2}\int \rho(\boldsymbol{r})\xi^2\dot{\phi}^2dV = \frac{1}{2}I_z\omega^2$$