第5回　遠心力と Coriolis 力

慣性系 (O, x, y, z) での運動

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X, \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y, \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z$$

等速直線運動する座標系 (O', x', y', z') での運動

$$x = x_0 + x', \quad y = y_0 + y', \quad z = z_0 + z'$$

$$m\frac{d^2x'}{dt^2} = X, \quad m\frac{d^2y'}{dt^2} = Y, \quad m\frac{d^2z'}{dt^2} = Z$$

慣性系に対して加速度をもつが回転しない座標系

$$x = x_0 + x', \quad y = y_0 + y', \quad z = z_0 + z'$$

$$\begin{aligned} m\frac{d^2x'}{dt^2} &= X - m\frac{d^2x_0}{dt^2} \\ m\frac{d^2y'}{dt^2} &= Y - m\frac{d^2y_0}{dt^2} \\ m\frac{d^2z'}{dt^2} &= Z - m\frac{d^2z_0}{dt^2} \end{aligned}$$

回転座標系

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

回転行列

$$\boldsymbol{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

ω で回転する座標 (x_ω, y_ω) と静止座標 (x, y) の関係

$$\begin{pmatrix} x_\omega \\ y_\omega \end{pmatrix} = \boldsymbol{R}(-\omega t) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

遠心力と Coriolis 力

$$\begin{aligned} m\frac{d^2x_\omega}{dt^2} &= F_{x,\omega} + 2m\omega v_{y,\omega} + m\omega^2 x_\omega \\ m\frac{d^2y_\omega}{dt^2} &= F_{y,\omega} + 2m\omega v_{x,\omega} + m\omega^2 y_\omega \\ m\frac{d^2z_\omega}{dt^2} &= F_{z,\omega} \end{aligned}$$

$$m\frac{d^2\boldsymbol{r}_\omega}{dt^2} = \boldsymbol{F}_\omega - 2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_\omega - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_\omega)$$