第1回　質量中心

2体系の質量中心

$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

n個の粒子系

$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i$$

$$M = \sum_i m_i$$

3次元に広がっている場合

$$\boldsymbol{r}_G = \frac{1}{M}\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i$$

$$\boldsymbol{r}_i = x_i \boldsymbol{e}_x + y_i \boldsymbol{e}_y + z_i \boldsymbol{e}_z$$

$$\boldsymbol{r}_G = x_G \boldsymbol{e}_x + y_G \boldsymbol{e}_y + z_G \boldsymbol{e}_z$$

連続体における質量中心

$$dm = \rho dV$$

$$M = \int dm = \int \rho dV$$

$$x_G = \frac{1}{M}\int x dm$$

$$y_G = \frac{1}{M}\int y dm$$

$$z_G = \frac{1}{M}\int z dm$$

粒子系の運動方程式

$$M\boldsymbol{r}_G = m_1 \boldsymbol{r}_1 + m_2 \boldsymbol{r}_2 + \cdots + m_n \boldsymbol{r}_n$$

t で微分

$$M\boldsymbol{v}_G = m_1 \boldsymbol{v}_1 + m_2 \boldsymbol{v}_2 + \cdots + m_n \boldsymbol{v}_n$$

$$M\boldsymbol{a}_G = m_1 \boldsymbol{r}_1 + m_2 \boldsymbol{r}_2 + \cdots + m_n \boldsymbol{r}_n$$

$$= \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots + \boldsymbol{F}_n$$

$$= \boldsymbol{F}_{net}$$

質量中心 $\boldsymbol{r}_G$ は運動において質量 M の質点のようにふるまう。