

## 第12回 減衰振動と共鳴

等速円運動の射影は

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

のように表され、単振動になっている。加速度は

$$a(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

である。

速度に比例する減推力

$$F_d = -bv$$

があるとき、

$$F = -bv - kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

この解は

$$x(t) = x_m e^{-\frac{bt}{2m}} \cos(\omega' t + \phi)$$

角振動数は

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

減衰が小さいとき

$$\omega' \approx \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

力学的エネルギーは

$$E(t) = \frac{1}{2} k x_m^2 e^{-\frac{bt}{m}}$$

となり、指数関数的に減衰する。

角振動数  $\omega_d$  の強制振動

$$x(t) = x_m \cos(\omega_d t + \phi)$$

を受けるとき

$$\omega_d = \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

のとき共鳴が起きて振幅が増大する。