

第10回 単振動

単振動の変位は

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

と表される。ここで x_m は振幅、 ω は角振動数、 ϕ は位相定数である。

速度 $v(t)$ は

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi)$$

加速度 $a(t)$ は

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

となる。

単振動における力の法則は

$$F = ma = -(m\omega^2)x = -kx$$

と表され、これは Hooke の法則に他ならない。このとき

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

である。

ポテンシャルエネルギーは

$$U(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

運動エネルギーは

$$K(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

力学的エネルギーは

$$E = U + K = \frac{1}{2}kx_m^2 \text{ (一定)}$$

となる。