# 第12回　単振動・単振り子

　単振動

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

解を求める

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

解を $x = e^{\lambda t}$ とおくと

$$\lambda^2 e^{\lambda t} + \omega^2 e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda^2 + \omega^2 = 0$$

$$\lambda_\pm = \pm i\omega$$

基本解は

$$x = e^{\lambda_+ t} = e^{i\omega t}, \quad x = e^{\lambda_- t} = e^{-i\omega t}$$

一般解は

$$x = Ae^{\lambda_+ t} + Be^{\lambda_- t} = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t}$$

$$= C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t = C\cos(\omega t + \phi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

　単振り子

$$m\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -T\sin\theta$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = mg - T\cos\theta$$

　$\theta \ll 1$ のとき

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$