

第6回 地表付近の物体の運動

放物運動

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = m \mathbf{g} = -m g \mathbf{e}_z$$

成分に分ける。

$$\mathbf{r} = x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z$$

解く。

$$v_z = \frac{dz}{dt} = -gt + A_z$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + A_z t + B_z$$

初期条件

$$\mathbf{r}(0) = 0$$

$$\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0 = (v_0 \cos \theta, 0, v_0 \sin \theta)$$

より

$$v_z = -gt + v_0 \sin \theta$$

$$x = v_0 t \cos \theta$$

$$y = 0$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta$$

軌道の式

$$\begin{aligned} z &= x \left(\tan \theta - \frac{gx}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \right) \\ &= -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \left(x - \frac{v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \right)^2 + \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \end{aligned}$$